

## AGRADECIMIENTOS

E. Ruiz Reina desea agradecer a la Junta de Andalucía la concesión de una beca FPDI-96.

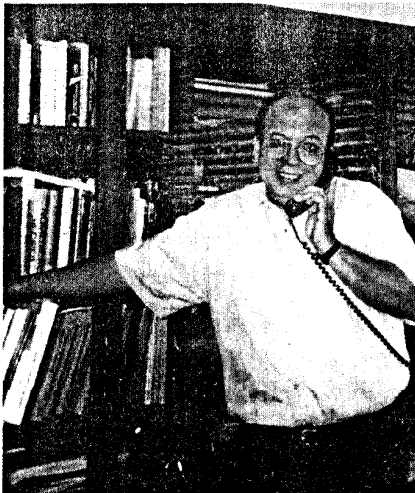
## REFERENCIAS

- BURDEN, R.L. Y FAIRES, J.D.: *Análisis numérico*, Iberoamericana, México, 1985.
- BUTCHER, J.C.: *J. Australian Math. Soc.* 4, 179-189 (1964).
- CHAPRA, S.C. Y CANDLE, R.P.: *Métodos numéricos para ingenieros*, McGraw Hill, Madrid, 1988.
- COPELAND, J.: *Am. J. Phys.* 50, 599-601 (1982).
- FOWLES, G.R.: *Analytical mechanics*, Saunder, Nueva York, 1986.
- KARLOW, E.A.: *Am. J. Phys.* 62, 634-636 (1994).
- KRUOLINSKY, D.J.: *Progrsc con Visual C++*, McGraw-Hill, Madrid, 1993.
- MARION, J.B.: *Dinámica clásica de las partículas y sistemas*, Reverté, Barcelona, 1992.
- MELISSINOS, A.C. Y LOBKOWICZ, F.: *Physics for scientists and engineers*, Saunder, Nueva York, 1975.
- MIRES, R.W. Y PETERS, R.D.: *Am. J. Phys.* 62 (2) 137-139 (1994).
- RAÑADA, A.: *Dinámica clásica*, Alianza, Madrid, 1994.
- RESNICK, R. Y HALLIDAY, D.: *Fundamentals of Physics*, Wiley, Nueva York, 1974.
- ROLLER, D.E. Y BLUM, R.: *Física*, vol. 1, Reverté, Barcelona, 1983.
- SALAZAR, A., SÁNCHEZ-LAVEGA, A. E IPARRAGUIRRE, I.: *Revista Española de Física* 9 (1) 34-38 (1995).
- SOMMERFELD, A.: *Mechanics. Lectures on theoretical physics*, vol. 1, Academic Press, Nueva York, 1952.
- SYMON, K.R.: *Mecánica*, Aguilar, Madrid, 1979.
- TIERSTEN, M.S.: *Am. J. Phys.* 37, 82-87 (1969).

**Francisco José Rubio,  
Emilio Ruiz y Manuel Gerra**  
están en el Departamento de Física  
Aplicada II, Universidad de  
Málaga  
Campus de El Ejido,

# ¿ALGUIEN PODRÍA EXPLICARME...?

**Claudio Aroca**



Como prometí en el número anterior, ahora presentamos la respuesta alternativa que nos envían los doctores: A. Cabello del departamento de Física Aplicada de la Universidad de Sevilla, J. L. Cereceda de Telefónica de España, G. García de Polavieja del Physical and Theoretical Chemistry Laboratory de la Oxford University contestando al problema propuesto por el Dr. J.L. Sánchez. Quizás le resulte interesante compararlas y enviar-

nos algún comentario que nos ayude a decantarnos por alguna de las dos.

\* \* \* \* \*

Recientemente J.L. Sánchez Gómez ha propuesto en la Revista Española de Física [1] un experimento ideal que sugiere la posibilidad de transmitir señales superlumínicas. De ser así, la Mecánica Cuántica entraría en conflicto con la Relatividad Especial. El experimento que describe Sánchez Gómez consta de un emisor de pares de partículas preparadas en el estado singlete. De cada par emitido, una de las partículas, que llamaremos P1, viaja hacia la izquierda, y la otra, que llamaremos P2, hacia la derecha. En el camino de P1 hay un dispositivo de Stern-Gerlach (SG) cuya orientación es variable y en el camino de P2 hay un SG cuya orientación no cambia, seguido de una doble rendija y una pantalla. La solución que proponemos al aparente conflicto señalado por Sánchez Gómez se basa en la observación de

que, independientemente de que P2 forme parte o no de un par de partículas en el estado singlete, la colocación del SG antes de la doble rendija hace distinguibles en principio ambas trayectorias, y destruye con ello cualquier posible interferencia en la pantalla, aunque no se determine qué rendija atraviesa cada partícula. En efecto, la función de onda,  $\Psi(x)$ , en un punto  $x$  de la pantalla es superposición de las amplitudes que provienen de las rendijas superior e inferior, cada una con su correspondiente componente  $z$  de espín:

$$\Psi(x) = \Psi_{\text{sup}}(x) |\uparrow\rangle + \Psi_{\text{inf}}(x) |\downarrow\rangle. \quad (1)$$

La intensidad de la señal en el punto  $x$  es proporcional al módulo al cuadrado de la función de onda en dicho punto,

$$\Psi(x)^2 = |\Psi_{\text{sup}}(x)|^2 + |\Psi_{\text{inf}}(x)|^2 + 2 \operatorname{Re} \{ \Psi_{\text{sup}}(x) \Psi_{\text{inf}}(x) \langle \uparrow | \downarrow \rangle \}. \quad (2)$$

El término cruzado, responsable en general de la interferencia, se

anula en este caso debido a la ortogonalidad de las partes de espín de ambas amplitudes (que es lo que las hace plenamente distinguibles)  $\langle \uparrow \downarrow \rangle = 0$ .

Resumiendo: La existencia o no de interferencias en el experimento propuesto no puede utilizarse para transmitir señales superlumínicas; la presencia del SG hace distinguibles ambos caminos y elimina en todos los casos la interferencia. Con esto queda resuelto el conflicto planteado en la revista. Creemos no obstante que el problema merece comentarios adicionales. Podría pensarse en eliminar la distinguibilidad de las trayectorias colocando a la salida de uno de los caminos del SG de la derecha un dispositivo ("spin-flipper") que gire en 180 grados el espín de las partículas que salen por ese camino. Así los dos haces serían indistinguibles y, por tanto, susceptibles de interferir. Pero, como vamos a ver, aún haciendo indistinguibles ambas trayectorias, siguen sin aparecer nunca interferencias, independientemente de que sobre P1 se mida la componente  $x$  de espín o la componente  $z$  (o de que no se mida nada). Consideremos primero el caso en el cual, con el spin-flipper en uno de los caminos del SC de la derecha, se mide el espín de P1 según el eje  $x$ . En el estado singlete de espín, los resultados obtenidos al medir la misma componente de espín en P1 y en P2 están totalmente correlacionados. Así, por ejemplo, si al medir la componente  $x$  de P1 se obtiene el resultado  $\pm 1$  (en unidades de  $\hbar/2$ ), con toda seguridad, al medir la componente  $x$  de P2 se obtendrá el resultado  $\mp 1$ .

Para determinar sin ambigüedad la existencia (o no) de interferencias sobre la pantalla, habrá que observar un número suficientemente grande de impactos. Supondremos pues que, cada vez que se decide medir la componente  $x$  de P1, el experimento se repite un gran número de veces. Si ahora seleccionamos por un lado los impactos de P2 sobre la pantalla en los casos en los que la medida de la componente  $x$  de P1 ha arrojado el valor  $-1$ , y por otro los impactos en los que la componente  $x$  de P1 ha sido  $+1$ , podemos definir sendas densidades de probabilidad normalizadas,

$|\psi^+(x)|^2$  y  $|\psi^-(x)|^2$ , de que P2 incida en un punto  $x$  de la pantalla, *condicionadas* a la obtención del resultado  $-1$  y  $+1$ , respectivamente, para P1. Como en el estado singlete los dos posibles resultados  $-1$  y  $+1$  que pueden obtenerse en una medida de la componente  $x$  de espín de P1 son igualmente probables, la intensidad de la señal en el punto  $x$  será proporcional a

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{2} |\psi^+(x)|^2 + \frac{1}{2} |\psi^-(x)|^2. \quad (3)$$

Nótese que las amplitudes  $\psi^+(x)$  y  $\psi^-(x)$  no interfieren entre sí debido a que son (en principio) físicamente distinguibles. Esta distinguibilidad proviene del hecho de que dichas amplitudes están únicamente asociadas a eventos físicos perfectamente discernibles, como son la obtención del resultado  $-1$  para P1 en el caso de  $\psi^+(x)$ , y la obtención del resultado  $+1$  para P1 en el caso de  $\psi^-(x)$ . Ahora, para evaluar la expresión (3) escribiremos los estados propios de P2 según la componente  $x$  en función de los estados propios de la componente  $z$ ,

$$\begin{aligned} |\rightarrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), \\ |\leftarrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle). \end{aligned} \quad (4)$$

De esta manera la Ec. (3) se convierte en

$$\begin{aligned} |\psi(x)|^2 &= \frac{1}{2} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_{\text{sup}}(x) + \psi_{\text{inf}}(x) \} \right|^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -\psi_{\text{sup}}(x) + \psi_{\text{inf}}(x) \} \right|^2, \end{aligned} \quad (5)$$

o, lo que es lo mismo,

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{2} \{ |\psi_{\text{sup}}(x)|^2 + |\psi_{\text{inf}}(x)|^2 \}. \quad (6)$$

En la Ec. (5) hemos omitido la parte del espín en cada sumando debido a que esta parte será en todos los casos igual a  $|\uparrow\rangle$  ó  $|\downarrow\rangle$ , dependiendo de en qué camino hayamos colocado el spin-flipper. Es evidente que en la expresión (6) no hay ningún término de interferencia. Por otro lado, es interesante notar que cada una de las distribuciones de probabilidad

$$|\psi^+(x)|^2 \text{ o } |\psi^-(x)|^2$$

produce por separado una figura de interferencia en la pantalla. Sin embargo, la superposición de ambas figuras de interferencia hace que los máximos de intensidad de una de las figuras se cancelen con los mínimos de intensidad de la otra, de tal manera que la figura resultante no exhibirá interferencia. Esta es la razón física por la cual no aparecen interferencias en la pantalla cuando se mide el espín de P1 según el eje  $x$ , incluso en el caso de que el spin-flipper esté puesto en uno de los caminos. Para obtener en la pantalla una figura de interferencia con el máximo contraste, habría que seleccionar aquellos impactos de P2 en los que en P1 se ha obtenido el resultado (por ejemplo)  $+1$  al medir la componente  $x$ . Pero para poder hacer esa selección es necesario que el observador de la derecha conozca los resultados obtenidos en las medidas sobre P1, y para ello estos resultados habrían tenido que ser transmitidos de forma clásica (teléfono, correo electrónico,...) y por tanto, a una velocidad no mayor que la de la luz, por lo que no aparece ninguna contradicción con los postulados relativistas. Por otro lado, si se seleccionarán los impactos de P2 sobre la pantalla en los casos en los que la medida de la componente  $z$  de P1 ha arrojado el valor  $+1$  ó  $-1$ , un análisis similar al anterior conduce a que para ambas subcolectividades se obtendría la figura original sin interferencia (pero con la mitad de intensidad). Por último, si se seleccionaran los impactos de P2 en los casos en los que la medida del espín de P1 en una dirección intermedia en el plano  $x-z$  ha dado el valor  $+1$ , en la pantalla se obtendría un comportamiento intermedio entre los de máxima interferencia y no interferencia. En cualquier caso, la decisión de cuál va a ser la orientación del SG de la izquierda puede posponerse incluso a cuando las partículas de la derecha ya han atravesado la doble rendija o incluso a cuando han impactado en la pantalla. El experimento inicial se convierte así en un experimento de "borrado cuántico" [2, 3]. Conviene recalcar que las figuras que se obtienen para ambos subconjuntos de impactos

son siempre complementarias y su suma es siempre la figura de no interferencia. Una razón adicional que subraya que es imposible, a partir de los resultados de medidas sobre P2, detectar si sobre P1 se ha medido una u otra componente de espín es la siguiente. La descripción mecanocuántica del estado de una sola de las partículas del singlete (olvidándonos completamente de la otra), lo que se llama el estado reducido o parcial de esa partícula, es una matriz densidad *totalmente despolarizada* (un medio de la matriz unidad  $2 \times 2$ ). Es pues imposible, mediante cualquier tipo de actuación que afecte sólo a P2, averiguar nada sobre lo sucedido a P1 en una región del espacio-tiempo separada de P2 por intervalos de género espacio. Por ejemplo, es imposible detectar si se ha medido la componente  $x$  del espín de P1, o su componente  $z$ , o no se ha medido nada. En particular, las correlaciones cuánticas no pueden utilizarse para transmitir mensajes instantáneamente. Una forma de eludir esto sería hacer infinitas copias del estado de P2. Ello permitiría, haciendo diferentes medidas sobre cada copia, determinar cuál es ese estado, cosa imposible si se dispone de una única copia. Después se usarían las correlaciones del estado singlete para averiguar el estado de

P1, y en particular, para averiguar qué tipo de medición se ha hecho sobre P1. Sin embargo, la "clonación" de estados cuánticos arbitrarios es imposible debido a la linealidad de la Mecánica Cuántica [4, 5].

En conclusión: la comunicación a velocidades superlumínicas utilizando el experimento ideal propuesto por J. L. Sánchez Gómez resulta imposible. Sin embargo, el mismo experimento ligeramente modificado sirve para ilustrar el fenómeno del borrado cuántico. Queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento a Guillermo García Alcaine, que ha colaborado decisivamente en la elaboración de esta respuesta aunque no comparte su enfoque.

## REFERENCES

- [1] J. L. SÁNCHEZ GÓMEZ: *Revista Española de Física* 12, 59 (1998).
- [2] M. O. SCULLY, R.-G. ENGLERT, y II. WALTHER: *Nature* 351, 111 (1991).
- [3] J. L. CERECEDA: *Am. J. Phys.* 64, 459 (1996).
- [4] W. K. WOOTTERS y W.H. ZUREK: *Nature* 299, 802 (1982).
- [5] G. GARCÍA ALCAINE y G. ÁLVAREZ: *Revista Española de Física* 1, 29 (1987).

\* \* \* \* \*

*Para realizar unas medidas de curvas de imanación, uno de mis estudiantes suspendió un cilindro ferromagnético dentro del campo uniforme creado por un largo solenoide, a modo de soporte utilizo un fino y largo hilo metálico. Hace unos días vino a decirme que tenía que cambiar el soporte porque cuando aplicaba una corriente alterna al solenoide, de determinada frecuencia, el cilindro ferromagnético oscilaba. Yo pensé que los viejos y simples experimentos a veces daban grandes resultados y le dije que mientras fustigaba su cuerpo viajando, sufriendo y pasando hambre con esa cosa que se llama inter-rail, raro invento que nos devuelve agotados y famélicos a los estudiantes a principios de Septiembre. Podía deleitar su espíritu pensando por qué oscilaba el material ferromagnético. Me miró con cara de "vaya dos meses más de tesis" y me aseguró volvería con la solución, pero ¿alguien podría explicarme antes porque oscila el material ferromagnético?*

*Como siempre les recuerdo que agradeceré cualquier comentario o nuevo problema que tengan a bien hacerme llegar.*

A. Cabello,  
J.L. Cereceda  
G. García de Polavieja

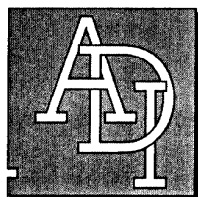
# Hasta un 60% de descuento



Springer

# Yellow sale

Ahora disponible en



AULA DOCUMENTAL  
DE INVESTIGACIÓN  
c/ Martín de los Heros, 66  
28008 MADRID  
Tel. 91 542 82 82 Fax. 91 559 30 60